

**DEVOIR 3 : PARTIE A**  
**INCERTITUDE ET CHOIX INTERTEMPOREL**

---

**1. Choix du consommateur en présence d'incertitude**

À toutes les années monsieur Brecht-Weill achète (à l'avance) pour un prix forfaitaire des billets pour l'ensemble de la prochaine saison de théâtre. Cette procédure lui permet d'acheter des billets pour une saison dont les pièces ne sont pas encore connues — ni de la part du consommateur, ni de la part du producteur. De cette manière, le producteur — et principalement le consommateur — ne peuvent connaître avec certitude la qualité des pièces au moment où les billets seront officiellement mis en marché. Or, afin de connaître la qualité probable des pièces de théâtre qui auront lieu durant la saison, monsieur Brecht-Weill se base habituellement sur les prévisions des experts des milieux culturels. Dans une chronique culturelle parue récemment dans un quotidien montréalais, un chroniqueur résumait :

*Compte tenu de la qualité des saisons passées et de la venue du nouveau directeur artistique, la probabilité que la prochaine saison soit de qualité exceptionnelle est de 60 %, alors que la probabilité que sa qualité soit moyenne est de 40%. De plus, si la saison s'avérait de qualité moyenne, les billets auraient une valeur de 400 \$, alors que si elle était de qualité exceptionnelle, les billets auraient une valeur de 850 \$.*

Enfin, compte tenu des prévisions du chroniqueur, monsieur Brecht-Weill, dont les préférences sont reflétées par la fonction d'utilité de von Neumann-Morgenstern suivante :  $u = 6W^{1/6}$  (et où  $W$  représente la valeur que prendront les billets de théâtre) hésite entre ces deux propositions :

**Proposition A** : Acheter les billets à l'avance.

**Proposition B** : Acheter les billets avec une valeur garantie par le théâtre.

- 1.a** Quelle est la valeur espérée des billets de théâtre si monsieur Brecht-Weill choisit la proposition A ?
- 1.b** Comment peut-on caractériser l'attitude face au risque de monsieur Brecht-Weill ? Justifiez votre réponse de deux manières différentes et illustrez graphiquement.

- 1.c** Si une compagnie d'assurance indépendante offrait, contre le paiement d'une prime dont le coût est  $P$ , de couvrir tous les risques de qualité liés à l'achat des billets à l'avance (i.e. cette compagnie assure, dans le cas d'une saison moyenne, la différence entre la valeur de la saison exceptionnelle et la valeur de la saison moyenne), montrez que monsieur Brecht-Weill ferait face à une situation non risquée, c'est-à-dire qu'il posséderait une richesse égale dans le cas d'une saison exceptionnelle et d'une saison moyenne.
- 1.d** Si cette compagnie d'assurance offrait de couvrir les risques grâce à l'achat d'une prime dont le coût de 250 \$, est-ce que monsieur Brecht-Weill achèterait cette assurance ?
- 1.e** Quel serait le montant maximal qu'il accepterait de payer pour cette assurance ?

## **2. Choix intertemporel**

Les préférences à l'égard de la consommation courante (période 0) et de la consommation future (période 1) du consommateur sont représentées par la fonction d'utilité  $u_1(C_0, C_1) = C_0^{1/2} C_1^{1/3}$ . Les taux d'intérêt en vigueur pour les deux périodes sont :

Période 0	$i$ %
Période 1	$i$ %

- 2.a** En considérant que le consommateur dispose d'un revenu courant de  $R_0$  \$ et d'un revenu futur de  $R_1$  \$, trouvez son choix optimal de consommation à la période 0 ( $C_0$ ) ainsi qu'à la période 1 ( $C_1$ ).
- 2.b** Interprétez les conditions d'équilibre liées au problème **2.a**.
- 2.c** Si  $i = 2$  %,  $R_0 = R_1 = 37\,871,29$  \$, quel est le niveau d'utilité maximal atteint par le consommateur ?
- 2.d** À l'équilibre, combien d'unité de consommation future le consommateur est-il prêt à échanger pour obtenir une unité supplémentaire de consommation présente ?
- 2.e** Le consommateur est-il — à la période 0 — emprunteur ou épargnant ? Justifiez votre réponse à l'aide de calculs et d'un graphique.
- 2.f** Les taux d'intérêt passent de 2 % à 6 % ! Le revenu courant et le revenu futur n'ayant pas changé, quel est l'impact de cette variation sur le choix optimal initial du consommateur et sur son niveau d'utilité ?

**2.g** Illustrez graphiquement le passage de **2.c** à **2.f**.

**2.h** Est-ce que les résultats trouvés à la question **2.e** ont changé ?

**2.i** Expliquez l'impact de la variation des taux d'intérêt annoncée en **2.f** sur le niveau de satisfaction de ce consommateur.

## **PARTIE B**

### **LA THÉORIE DE LA PRODUCTION ET DES COÛTS**

---

#### **3. La minimisation des coûts**

Une entreprise produit un output ( $b$ ) à partir de trois inputs ( $a_1$ ,  $a_2$  et  $a_3$ ) et produit cet output à partir de la technologie suivante :

$$b = 4a_1a_2^{1/4}a_3^{1/2}.$$

**3.a** Déterminez les rendements à l'échelle de cette firme et montrez, à l'aide d'un exemple numérique, que la fonction de production vérifie bel et bien votre réponse.

**3.b** À partir de cette technologie, montrez que la présence de rendements à l'échelle croissants n'est pas en contradiction avec le concept de rendements marginaux décroissants.

**3.c** Si le niveau de production est maintenu constant, quelle est l'efficacité relative du facteur de production  $a_2$  par rapport au facteur de production  $a_3$  ?

**3.d** Si cette entreprise veut minimiser ses coûts, trouvez les fonctions de demande conditionnelle des trois facteurs de production.

**3.e** Interprétez les conditions d'équilibre liées à ce problème de minimisation des coûts.

**3.f** Dans la mesure où les trois facteurs de production sont variables, calculez la fonction de coût de la firme.

**3.g** Si, à court terme, la quantité de  $a_1$  est fixe, trouvez les fonctions de demande conditionnelle de court terme de cette firme.

**3.h** Quelle est la fonction de coût à court terme de l'entreprise ?

#### **4. Les coûts et la maximisation des profits**

Soit la fonction de coût suivante :

$$c(p_1, p_2, \bar{b}) = 2\bar{b}^{3/2} p_1^{1/2} p_2^{1/2},$$

où  $p_1$  et  $p_2$  représentent respectivement les prix des facteurs de production  $a_1$  et  $a_2$ .

- 4.a** Vérifiez que cette fonction est non décroissante par rapport aux prix.
- 4.b** Déterminez les fonctions de demande conditionnelle des facteurs de production  $a_1$  et  $a_2$ .
- 4.c** Quel est le niveau d'homogénéité de la fonction de demande conditionnelle du facteur de production  $a_1$  par rapport aux prix ? Expliquez et interprétez cette propriété.
- 4.d** Déterminez et interprétez le signe de l'expression suivante :  $\frac{\partial a_2}{\partial p_2}$ .
- 4.e** La firme désire maximiser ses profits. Sachant qu'elle peut vendre son output au prix  $p_b$ , calculez la fonction d'offre d'output de cette firme.
- 4.f** Interprétez les conditions de premier ordre et de second ordre liées au problème **4.e** de maximisation des profits.
- 4.g** Calculez le coût marginal de la firme. Si la condition de premier ordre liée au problème **4.e** est satisfaite, comparez votre résultat à celui trouvé en **4.e**.
- 4.h** Trouvez la fonction de profit de la firme.
- 4.i** À partir de la fonction trouvée en **4.h**, montrez quel est l'impact d'une augmentation du prix de l'input  $a_1$  sur le profit.
- 4.j** Si l'entreprise peut vendre ses outputs pour 30 \$ et réussit à acheter les facteurs de production  $a_1$  et  $a_2$  aux prix respectifs de 1 \$ et 4 \$, quelle est la production optimale de l'entreprise ?